SECOND DEGRÉ (Partie 1)

I. Fonction polynôme de degré 2

Définition : On appelle **fonction polynôme de degré 2** toute fonction *f* définie sur par une expression de la forme :

où les coefficients *a*, *b* et *c* sont des réels donnés avec .

Remarque :

Une fonction polynôme de degré 2 s'appelle également fonction trinôme du second degré ou par abus de langage "trinôme".

Exemples et contre-exemples :

-

-

-

- sont des fonctions polynômes de degré 2.

- est une fonction polynôme de degré 1 (fonction affine).

- est une fonction polynôme de degré 4.

II. Forme canonique d'une fonction polynôme de degré 2

Méthode : Déterminer la forme canonique d'une fonction polynôme de degré 2

 **Vidéo** [**https://youtu.be/OQHf-hX9JhM**](https://youtu.be/OQHf-hX9JhM)

Soit la fonction *f* définie sur par : .

On veut exprimer la fonction *f* sous sa forme canonique :

☺(*x* ☺)2 + ☺

où ☺, ☺ et ☺ sont des nombres réels.

car est le début du développement de

et

est la forme canonique de *f*.

Propriété :

Toute fonction polynôme *f* de degré 2 définie sur par peut s'écrire sous la forme :

, où et sont deux nombres réels.

Cette dernière écriture s'appelle la **forme canonique** de *f*.

Démonstration :

Comme , on peut écrire pour tout réel *x* :

avec et .

Remarque : Pour écrire un trinôme sous sa forme canonique, il est possible d’utiliser les deux dernières formules donnant 𝛼 et 𝛽… à condition de les connaître !

III. Variations et représentation graphique

Exemple : Soit la fonction f donnée sous sa forme canonique par :

Alors : car est positif.

Or donc pour tout x, .

f admet donc un minimum en 1. Ce minimum est égal à 3.

Propriété :

Soit *f* une fonction polynôme de degré 2 définie par , avec

.

- Si , *f* admet un minimum pour . Ce minimum est égal à .

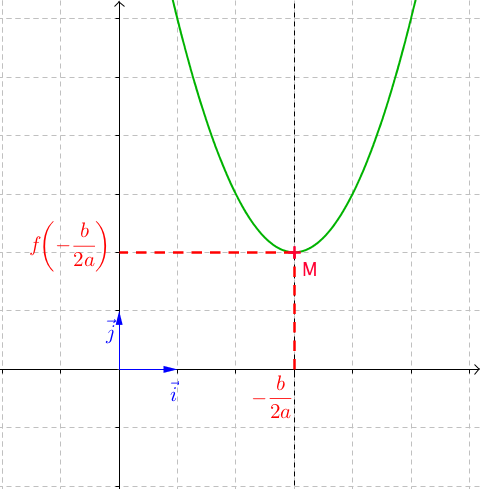
- Si , *f* admet un maximum pour. Ce maximum est égal à .

Remarque :

Soit la fonction *f* définie sur par : , avec .

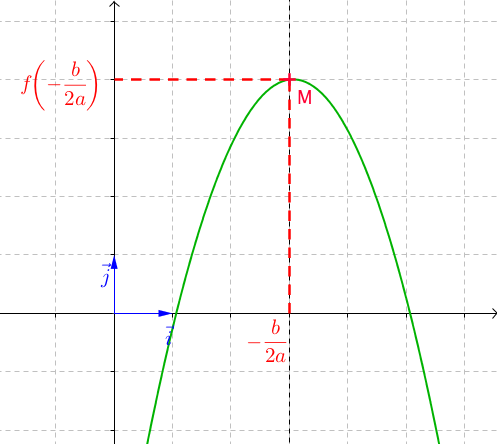
On peut retenir que *f* admet un maximum (ou un minimum) pour .

*(voir résultat de la démonstration dans II.)*



* Si :

|  |  |
| --- | --- |
| *x* |  |
| *f* |  |



* Si :

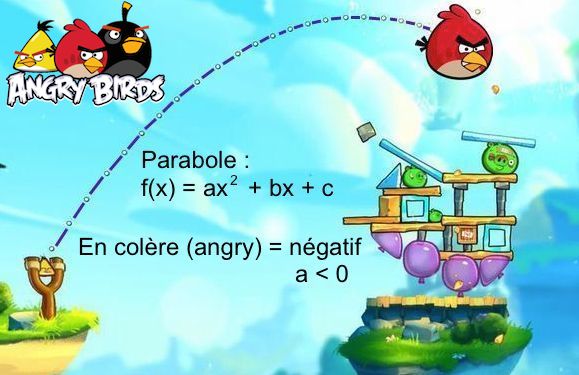
|  |  |
| --- | --- |
| *x* |  |
| *f* |  |

Dans un repère orthogonal , la représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 est une **parabole**.

Le point M de coordonnées est le **sommet** de la parabole.

Il correspond au maximum (ou au minimum) de la fonction *f*.

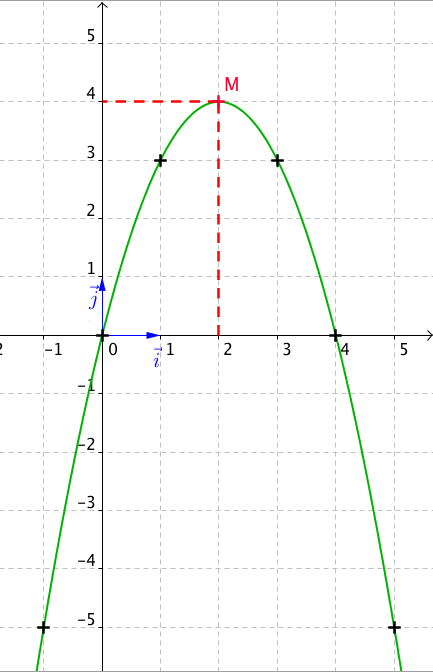
La parabole possède un **axe de symétrie**. Il s'agit de la droite d'équation .



Méthode : Représenter graphiquement une fonction polynôme de degré 2

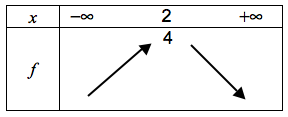
 **Vidéo** [**https://youtu.be/KK76UohzUW4**](https://youtu.be/KK76UohzUW4)

Représenter graphiquement la fonction *f* définie sur par .

Commençons par écrire la fonction *f* sous sa forme canonique :

*f* admet donc un maximum en 2 égal à

Les variations de *f* sont donc données par

le tableau suivant :

On obtient la courbe représentative de *f* ci-contre.

Méthode : Déterminer les caractéristiques d’une parabole

 **Vidéo** [**https://youtu.be/7IOCVfUnoz0**](https://youtu.be/7IOCVfUnoz0)

Déterminer l’axe de symétrie et le sommet de la parabole d’équation

.

- La parabole possède un axe de symétrie d'équation , soit = 3.

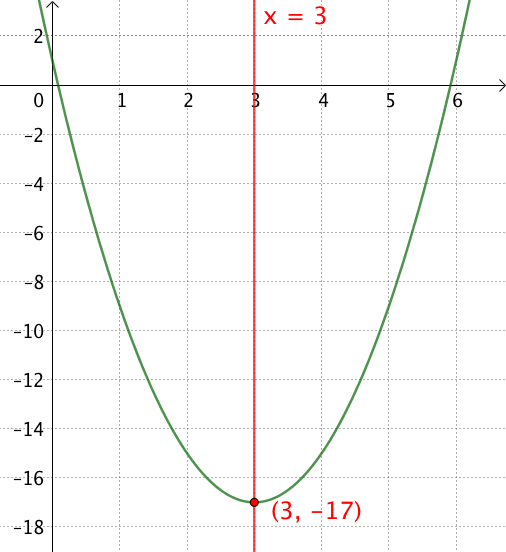
La droite d’équation est donc axe de symétrie de la parabole d’équation

.

- Les coordonnées de son sommet sont : , soit :

Le point de coordonnées est donc le sommet de la parabole.

, ce sommet correspond à un minimum.





Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)